Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru



УДК 372.851

**М. А. Суворова**

## Формирование у студентов некоторых понятий теории вероятностей при моделировании случайных событий в среде MS Excel

В статье рассматриваются основные принципы моделирования случайных событий в среде MS Excel. Построение модели студентами обеспечивает наглядность существенных свойств, скрытых связей и отношений. На основе имитационного моделирования вводится ряд важных понятий теории вероятностей, а именно: классическое определение вероятности, количество благоприятных исходов испытания, общее количество исходов, понятие закона больших чисел (в частности, теорема Бернулли). Человек, добывающий информацию самостоятельно, лучше ее усваивает и понимает.

***Ключевые слова:*** моделирование, модель, вероятность, продуктивная деятельность, репродуктивная деятельность, моделирование Монте-Карло.

Развитие обучающихся зависит от той деятельности, которую они выполняют в процессе обучения. Деятельность может быть репродуктивная и продуктивная. При репродуктивной деятельности человек получает готовую информацию, воспринимает ее, понимает, запоминает, а затем воспроизводит. Целью такой деятельности является формирование знаний, умений и навыков.

При продуктивной деятельности происходит активная работа мышления, связанная с логическими операциями анализа, синтеза, сравнения, аналогии, обобщения. Задумываясь над собственными умениями (рефлексируя), обучающийся овладевает обобщенными способами действий, лежащими в основе этого умения, и тем самым приобретает знания, которые может конкретизировать при решении целого класса частных задач. В общем случае появлению конкретных знаний предшествует овладение методом получения этих знаний [1, с. 93].

Главным в обучении математике является решение задачи не ради точного ответа, а ради способа его получения, ради логических рассуждений на пути к нему. Еще Конфуций говорил: «Услышал — забыл, увидел — запомнил, сделал сам — понял». Понимание вероятностных явлений и процессов всегда вызывает определенные трудности у студентов, так как их познание связано с постижением гносеологического смысла случайного и необходимого. Изучение теоретического материала начинается с формирования понятия вероятности события, определяемого несколькими способами. Согласно классическому определению, вероятностью $P(A)$ события $A$ называется отношение числа случаев $m$, благоприятствующих ему, к общему числу случаев $n$, т.е. $P(A) = m/n$ [3; 6]. Отношение числа испытаний $m$, в которых событие $A$ происходит, к общему числу испытаний $n$ называется статистической вероятностью. Освоение содержания понятия вероятности события во многом определяет успешность изучения последующих тем «Случайные величины» и «Закон больших чисел». Поэтому считаем целесообразным уделить должное внимание иллюстрации соотношения величин $m/n$ и $p$. Для решения этой методической задачи предлагается использовать статистическое моделирование.

При использовании моделирования нецелесообразно предлагать студентам модель в готовом виде, требуется лишь разобрать основные принципы моделирования и возможности той среды, в которой они должны построить модель. Для получения новой модели предлагается сначала задача, модель которой была уже построена, а затем, создав ситуацию успеха, предлагают задачу, внешне похожую на предыдущую, но ее решение старым способом приводит к неудаче. Следовательно, возникает необходимость поиска новых путей решения, а для этого нужен детальный анализ ранее изученных моделей.

Построение модели обучающимися обеспечивает наглядность существенных свойств, скрытых связей и отношений. Наглядность является одним из основных дидактических принципов обучения.

В качестве способа решения вероятностных задач используется метод моделирования Монте-Карло — метод статистического моделирования. Статистическое моделирование не предполагает изначально знания математических связей и позволяет получить их на основе многократного наблюдения (компьютерной генерации) возможных событий в представленной модели [8]. Так как моделирование Монте-Карло не опирается на сложные математические понятия, то этот метод понятен и доступен большинству обучаемых.

В пособии [9] мы предлагаем построение вероятностных задач, используя программирование на языке Pascal, а в пособиях [4; 5] В. А. Далингер предлагает построение моделей в среде Mathcad. Построение модели в этой статье предлагаем выполнить в среде MS Excel, знакомой студентам любых профилей, в том числе и не математических.

Им предлагается следующая общая вероятностная задача: «Производится серия некоторых испытаний. Найти вероятность наступления конкретного события».

**Модель 1.** Игральная кость подбрасывается 1 раз. Найти вероятность того, что выпадет 6 очков.

***Решение аналитическое:*** $P(A)=\dfrac{1}{6}.$

***Решение моделированием***

На такой простой задаче осваивается принцип построения модели случайного эксперимента. Результатом подбрасывания может быть любое число от 1 до 6. Следовательно, чтобы смоделировать эту ситуацию в Excel, достаточно написать формулу

=СЛУЧМЕЖДУ(1;6).

Для того чтобы оценить вероятность данного события, нужно смоделировать его большое количество раз. Можно предложить провести этот эксперимент 10 раз. Подсчитать количество экспериментов, в которых выпала «шестерка» — число благоприятных исходов.

Для этого используется функция СЧЕТЕСЛИ.

Общее число исходов равно количеству проведенных экспериментов, т.е. 10. Тогда вероятность равна отношению числа благоприятных исходов к общему числу исходов.

Таким образом, для моделирования такой задачи лист Excel будет выглядеть следующим образом (рис. 1):

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | № эксперимента | бросок кубика | | число благоприятных исходов | =СЧЁТЕСЛИ(B:B;6) |
| 2 | 1 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | общее число исходов | =МАКС(A:A) |
| 3 | 2 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | вероятность | =E1/E2 |
| 4 | 3 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 5 | 4 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 6 | 5 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 7 | 6 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 8 | 7 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 9 | 8 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 10 | 9 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |
| 11 | 10 | =СЛУЧМЕЖДУ(1;6) | | | |

Рис. 1. Моделирование подбрасывания шестигранной игральной кости

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru



При проведении моделирования несколько раз легко заметить, что вычисленная таким методом вероятность может принимать различные значения, которые далеки от истинного значения вероятности, найденного аналитическим способом. Например, результаты могут быть следующими: 0,2; 0; 0,1; 0,3; 0,5; 0,2 и т.д.

Далее можно предложить увеличить число бросков до 100.

Тогда полученные результаты могут быть: 0,18; 0,12; 0,15; 0,11; 0,16. То есть первая цифра после запятой неизменно «единица», это означает, что погрешность не превышает 0,1.

Теперь увеличим число бросков до 10000. Тогда погрешность вычислений не превышает 0,01.

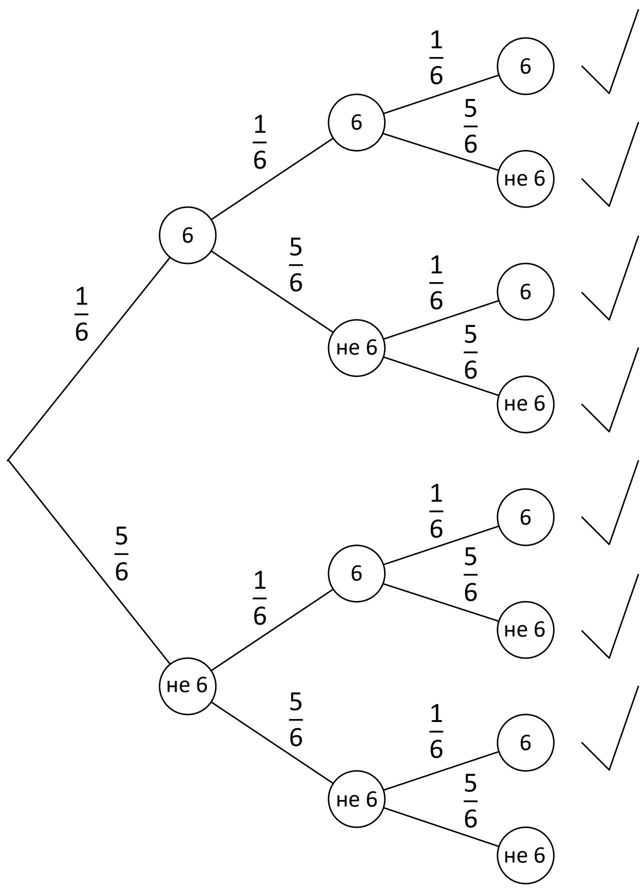
При последовательном увеличении числа бросков и наблюдении за результатами вводится понятие закона больших чисел, а именно теоремы Бернулли. Анализу и интерпретации полученных результатов для моделирования экспериментов с подбрасыванием монеты посвящена статья [7], где подробно описано дидактическое сопровождение введения основных понятий теории вероятностей и визуализация функциональных зависимостей и значений исследуемых величин средствами MathCad.

Далее можно изменить условие задачи: подбрасывается монета, подбрасывается восьмигранная игральная кость и т.д. Найти вероятность того, что выпадет четная цифра, число очков меньшее 3 и т.д.

**Модель 2.** Игральная кость подбрасывается 3 раза. Найти вероятность того, что «шестерка» выпадет хотя бы один раз.

При моделировании данной задачи добавляются еще испытания (броски кубика) и результирующий столбец, в котором подсчитывается количество выпавших «шестерок».

***Аналитическое решение*** можно найти, используя построение графа (рис. 2).




$$P(A)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{91}{216}\approx 0{,}42$$

Рис. 2. Аналитическое решение задачи (модель 2)

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

При ***моделировании*** 10000 экспериментов вероятность также получается близкой к аналитически вычисленной (результаты моделирования представлены на рисунке 3).

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | № эксперимента | 1 бросок кубика | 2 бросок кубика | 3 бросок кубика | Количество выпавших "шестерок" | | число благоприятных исходов | 4202 |
| 2 | 1 | 2 | 2 | 5 | 0 | | общее число исходов | 10000 |
| 3 | 2 | 1 | 4 | 1 | 0 | | вероятность | 0,4202 |
| 4 | 3 | 5 | 1 | 2 | 0 | | | |
| 5 | 4 | 2 | 5 | 5 | 0 | | | |
| 6 | 5 | 1 | 5 | 3 | 0 | | | |
| 7 | 6 | 5 | 2 | 6 | 1 | | | |
| 8 | 7 | 3 | 5 | 4 | 0 | | | |
| 9 | 8 | 2 | 1 | 2 | 0 | | | |
| 10 | 9 | 6 | 2 | 3 | 1 | | | |
| 11 | 10 | 1 | 3 | 4 | 0 | | | |

Рис. 3. Результаты моделирования трех подбрасываний игрального кубика

Задачи такого типа также могут варьироваться как путем изменения самого эксперимента, так и изменения события, вероятность которого требуется найти.

**Модель 3.** Из полной колоды карт (36 штук) случайным образом извлекается 1 карта. Найти вероятность того, что эта карта окажется тузом пик.

Аналитическое решение

$$P(A)=\frac{1}{36}=0{,}0278.$$

***Модель*** данной задачи полностью соответствует модели 1, с той лишь разницей, что случайное число выбирается от 1 до 36. Пусть карта с номером 1 и будет тузом пик (за туза пик можно принять карту с любым другим номером). Тогда имитацию вытягивания карты можно реализовать с помощью стандартной функции ЕСЛИ (рис. 4).

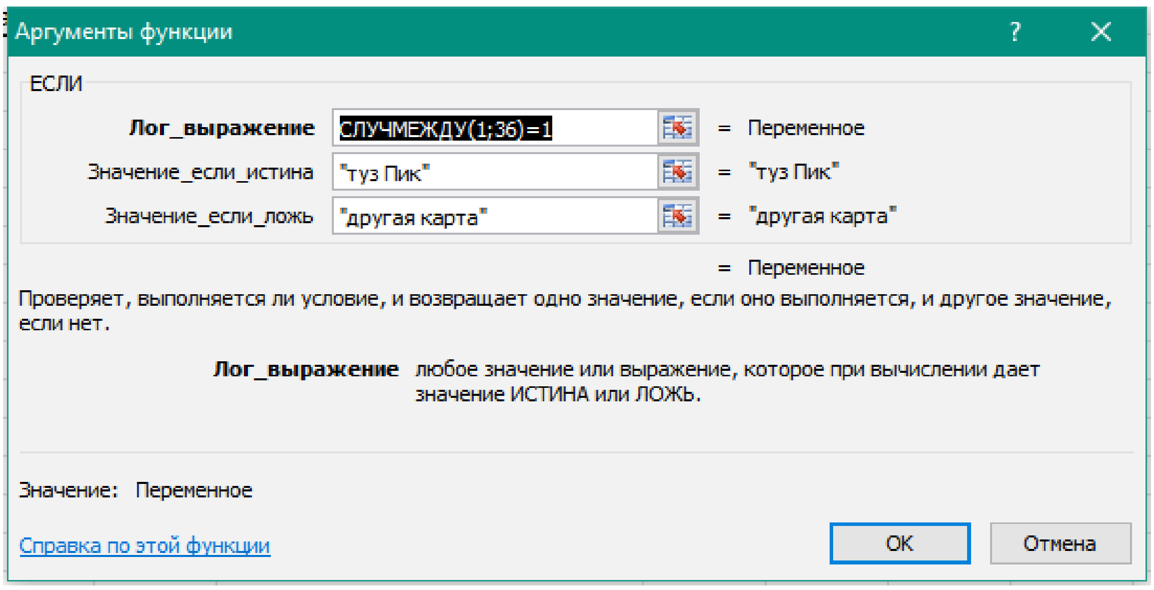



Рис. 4. Имитация вытягивания карты из колоды

**Модель 4.** Из полной колоды карт (36 штук) случайным образом извлекается 1 карта. Найти вероятность того, что эта карта окажется тузом.

Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Аналитическое решение

$$P(A)=\frac{4}{36}=0{,}11.$$

При моделировании данной задачи условимся, что тузами будут первые четыре карты.

**Модель 5.** Из полной колоды карт (36 штук) случайным образом извлекаются 3 карты. Найти вероятность того, что среди вынутых карт будет хотя бы один туз.

Аналитическое решение

$$P(A)=1-\frac{32}{36}\cdot\frac{31}{35}\cdot\frac{30}{34}\approx 0{,}3053.$$

Задача напоминает модель 2. Однако если выполнить моделирование аналогично рассмотренной выше задаче с подбрасыванием кубика 3 раза, то результат будет значительно отличаться от аналитического решения.

Это произошло потому, что во всех предыдущих моделях использовались независимые испытания, а здесь с каждым следующим испытанием изменяется и общее количество карт в колоде, и количество тузов.

Моделирование зависимых испытаний выполняется с учетом этих закономерностей. Вид экрана представлен на рисунке 5.

| 1 | № эксперимента | 1 вытянутая карта | | | 2 вытянутая карта | | | 3 вытянутая карта | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | Количество вытянутых тузов | | | |
| 3 | | | 36 | | | 35 | | | 34 | | | | число благоприятных исходов | 3012 |
| 4 | 1 | 4 | 12 | другая карта | 4 | 25 | другая карта | 4 | 25 | другая карта | 0 | | общее число исходов | 10000 |
| 5 | 2 | 4 | 6 | другая карта | 4 | 7 | другая карта | 4 | 7 | другая карта | 0 | | вероятность | 0,3012 |
| 6 | 3 | 4 | 32 | другая карта | 4 | 5 | другая карта | 4 | 6 | другая карта | 0 | | | |
| 7 | 4 | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 3 | ТУЗ | 2 | 6 | другая карта | 2 | | | |
| 8 | 5 | 4 | 31 | другая карта | 4 | 33 | другая карта | 4 | 26 | другая карта | 0 | | | |
| 9 | 6 | 4 | 29 | другая карта | 4 | 31 | другая карта | 4 | 1 | ТУЗ | 1 | | | |
| 10 | 7 | 4 | 22 | другая карта | 4 | 12 | другая карта | 4 | 24 | другая карта | 0 | | | |
| 11 | 8 | 4 | 20 | другая карта | 4 | 22 | другая карта | 4 | 1 | ТУЗ | 1 | | | |
| 12 | 9 | 4 | 16 | другая карта | 4 | 34 | другая карта | 4 | 20 | другая карта | 0 | | | |
| 13 | 10 | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 10 | другая карта | 3 | 21 | другая карта | 1 | | | |
| 14 | 11 | 4 | 21 | другая карта | 4 | 20 | другая карта | 4 | 7 | другая карта | 0 | | | |

Рис. 5. Моделирование последовательности зависимых испытаний

После моделирования зависимых испытаний можно предложить различные задачи на комбинации зависимых и независимых испытаний.

Принцип моделирования методом Монте-Карло довольно простой, но позволяет смоделировать достаточно большой круг сложных вероятностных задач. При моделировании простых задач студенты учатся основным возможностям моделирования, сверяя результаты, найденные аналитически, с результатами, вычисленными с помощью моделирования. Однако имитационное моделирование позволяет не только проверять результаты, найденные аналитически, но и решать более сложные задачи, которые аналитически решаются довольно сложно.

**Модель 6.** Подбрасывается игральный кубик, а затем из колоды в 36 карт вытягивается такое количество карт, сколько очков выпало на кубике. Найти вероятность того, что среди вытянутых карт будет хотя бы один туз.

***Решение***

Максимально может быть вытянуто из колоды 6 карт. Значит, моделируем вытягивание из колоды 6 карт. Если количество очков на кубике меньше 6, то остальные вытягивания просто не рассматриваем, а оставляем ячейки пустыми. При моделировании этой задачи используется модель 1 и модель 5. Причем имитацию вытягивания карты из колоды производим в зависимости от количества выпавших очков на кубике. Пример моделирования данной задачи представлен на рисунке 6.

В данной статье рассмотрены принципы моделирования в среде MS Excel, что не требует знания языков программирования и позволяет быстро и наглядно сымитировать различные действия. Для более сложных задач с зависимыми испытаниями удобнее моделирование производить уже с помощью программной среды (нет необходимости отображать результаты всех экспериментов, легко моделируются завершения испытаний при выполнении определенных условий). Примеры программ приведены в пособии [2]. В методических указаниях к лабораторным работам [9] приведен возможный переход от изучения случайных событий с использованием моделирования к изучению случайных величин и проверке статистических гипотез. Студентам предлагается смоделировать различные задачи, причем результаты моделирования должны быть подчинены одному из классических законов распределения (равномерному, биномиальному, нормальному, закону Паскаля и т.д.). При такой постановке задачи студенты проверяют соответствие значений основных характеристик случайных величин, подчиненных классическому закону распределения и вычисленных для смоделированных результатов эксперимента.

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | № эксперимента | | 1 вытянутая карта | | | 2 вытянутая карта | | | 3 вытянутая карта | | | 4 вытянутая карта | | | 5 вытянутая карта | | | 6 вытянутая карта | | | | | | |
| 2 | | бросок кубика | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | количество тузов в колоде | номер вытянутой карты | вытянутая карта | Количество вытянутых тузов | | | |
| 3 | | | | 36 | | | 35 | | | 34 | | | 33 | | | 32 | | | 31 | | | | число благоприятных исходов | 3119 |
| 4 | 1 | 2 | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 7 | другая карта | | | | | | | | | | | | | 1 | | общее число исходов | 10000 |
| 5 | 2 | 3 | 4 | 13 | другая карта | 4 | 29 | другая карта | 4 | 4 | ТУЗ | | | | | | | | | | 1 | | вероятность | 0,3119 |
| 6 | 3 | 3 | 4 | 27 | другая карта | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 25 | другая карта | | | | | | | | | | 1 | | | |
| 7 | 4 | 4 | 4 | 20 | другая карта | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 31 | другая карта | 3 | 21 | другая карта | | | | | | | 1 | | | |
| 8 | 5 | 2 | 4 | 4 | ТУЗ | 3 | 32 | другая карта | | | | | | | | | | | | | 1 | | | |
| 9 | 6 | 6 | 4 | 34 | другая карта | 4 | 11 | другая карта | 4 | 28 | другая карта | 4 | 6 | другая карта | 4 | 6 | другая карта | 4 | 30 | другая карта | 0 | | | |
| 10 | 7 | 4 | 4 | 11 | другая карта | 4 | 30 | другая карта | 4 | 19 | другая карта | 4 | 36 | другая карта | | | | | | | 0 | | | |
| 11 | 8 | 5 | 4 | 24 | другая карта | 4 | 8 | другая карта | 4 | 8 | другая карта | 4 | 21 | другая карта | 4 | 34 | другая карта | | | | 0 | | | |
| 12 | 9 | 3 | 4 | 36 | другая карта | 4 | 16 | другая карта | 4 | 23 | другая карта | | | | | | | | | | 0 | | | |
| 13 | 10 | 5 | 4 | 33 | другая карта | 4 | 11 | другая карта | 4 | 26 | другая карта | 4 | 1 | ТУЗ | 3 | 35 | другая карта | | | | 1 | | | |
| 14 | 11 | 6 | 4 | 29 | другая карта | 4 | 15 | другая карта | 4 | 20 | другая карта | 4 | 3 | ТУЗ | 3 | 3 | ТУЗ | 2 | 28 | другая карта | 2 | | | |
| 15 | 12 | 1 | 4 | 5 | другая карта | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | | | |
| 16 | 13 | 1 | 4 | 14 | другая карта | | | | | | | | | | | | | | | | 0 | | | |
| 17 | 14 | 3 | 4 | 30 | другая карта | 4 | 34 | другая карта | 4 | 10 | другая карта | | | | | | | | | | 0 | | | |

Рис. 6. Моделирование задачи (модель 6)



ВЕСТНИК ОРЕНБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПЕДАГОГИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА
Электронный научный журнал (Online). ISSN 2303-9922. http://www.vestospu.ru

Рассматриваемые вопросы по вычислению вероятностей с использованием программного моделирования и вычисления на ЭВМ подтверждают все полученные аналитические расчеты. Это еще одно возможное направление, сливающее математику с информационными технологиями и ставящее множество интересных и вполне посильных задач.

**Список использованной литературы**

1. Афанасьев В. В., Алексеев В. Н., Тихомиров С. А. Работа с одаренными детьми по математике. Ярославль : Изд-во ЯГПУ им. К.Д. Ушинского, 2011. 132 с.

2. Афанасьев В. В., Суворова М. А. Школьникам о вероятности в играх. Введение в теорию вероятностей для учащихся 8—11 классов. Ярославль : Академия развития, 2006. 192 с.

3. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для вузов. 9-е изд., стер. М. : Высшая школа, 2003. 479 с.

4. Далингер В. А. Информационные технологии в обучении учащихся теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2012. № 4. URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=6574.

5. Далингер В. А. Избранные вопросы информатизации школьного математического образования [Электронный ресурс] / науч. ред. М. П. Лапчик. 2-е изд., стереотип. М. : Флинта, 2011. 150 с.

6. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей : учеб. 8-е изд., испр. и доп. М. : Едиториал УРСС, 2005. 448 с.

7. Куликова О. В. Имитационное моделирование независимых повторных испытаний средствами MathCad в учебном процессе вуза [Электронный ресурс] // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 3. URL: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=9346.

8. Паньгина Н. Н., Паньгин А. А. Статистическое моделирование: метод Монте-Карло [Электронный ресурс] // Компьютерные инструменты в образовании. 2002. № 5.

9. Суворова М. А., Личак Л. А., Бытев Д. О. Лабораторный практикум по курсу теории вероятностей и математической статистики. Методические указания к лабораторным работам. Ярославль : ЯГТУ, 2002. 20 с.

Поступила в редакцию 12.08.2016 г.

***Суворова Мария Александровна***, кандидат педагогических наук
Ярославский государственный педагогический университет имени К. Д. Ушинского
Российская Федерация, 150000, г. Ярославль, ул. Республиканская, 108
E-mail: homesuv@gmail.com

**UDC 372.851**

**M. A. Suvorova**

## Forming some concepts of probability theory with students when modeling random events in MS Excel environment

The article discusses the basic principles of modeling random events in a simulation environment of Excel. Modeling by students provides visibility of essential properties, hidden connections and relations. Based on the simulation modeling, the author introduces a number of important concepts of probability theory, namely the classical definition of probability, the number of favorable outcomes of the test, the total number of outcomes, the concept of the law of big numbers (in particular, Bernoulli's theorem). A man obtaining the information on his own assimilates and learns it better.

***Key words***: modeling, model, probability, productive activity, reproductive activity, Monte Carlo simulation.

***Suvorova Mariya Aleksandrovna***, Candidate of Pedagogic Sciences
Yaroslavl State Pedagogical University named after K. D. Ushinskiy
Russian Federation, 150000, Yaroslavl, ul. Respublikanskaya, 108
E-mail: homesuv@gmail.com

**References**

1. Afanasyev V. V., Alekseev V. N., Tikhomirov S. A. *Rabota s odarennymi det'mi po matematike* [Working with gifted children in mathematics]. Yaroslavl', YaGPU im. K. D. Ushinskogo Publ., 2011. 132 p. (In Russian)

2. Afanas'ev V. V., Suvorova M. A. *Shkol'nikam o veroyatnosti v igrakh. Vvedenie v teoriyu veroyatnostei dlya uchashchikhsya 8—11 klassov* [On probability in games for schoolchildren. Introduction to the theory of probability for pupils of 8—11]. Yaroslavl', Akademiya razvitiya Publ., 2006. 192 p. (In Russian)

3. Gmurman V. E. *Teoriya veroyatnostei i matematicheskaya statistika : ucheb. posobie dlya vuzov. 9-e izd., ster.* [Theory of Probability and Mathematical Statistics]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 2003. 479 p. (In Russian)

4. Dalinger V. A. Informatsionnye tekhnologii v obuchenii uchashchikhsya teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistike [Information technology in teaching the theory of probability and mathematical statistics to students]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya — Modern problems of science and education*, 2012, no. 3. Available at: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=6574. (In Russian)

5. Dalinger V. A. *Izbrannye voprosy informatizatsii shkol'nogo matematicheskogo obrazovaniya / nauch. red. M. P. Lapchik. 2-e izd., stereotip.* [Selected problems of informatization of school math education / science editor M. P. Lapchik. 2nd ed., stereotype]. Moscow, Flinta Publ., 2011. 150 p. (In Russian)

6. Gnedenko B. V. *Kurs teorii veroyatnostei : ucheb. 8-e izd., ispr. i dop.* [The course in probability theory]. Moscow, Editorial URSS Publ., 2005. 448 p. (In Russian)

7. Kulikova O. V. Imitatsionnoe modelirovanie nezavisimykh povtornykh ispytanii sredstvami MathCad v uchebnom protsesse vuza [Simulation of independent retest by MathCad means in the educational process of high school]. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniya — Modern problems of science and education*, 2013, no. 3. Available at: http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=9346. (In Russian)

8. Pan'gina N. N., Pan'gin A. A. Statisticheskoe modelirovanie: metod Monte-Karlo [Statistical modeling: Monte Carlo method]. *Komp'yuternye instrumenty v obrazovanii*, 2002, no. 5. (In Russian)

9. Suvorova M. A., Lichak L. A., Bytev D. O. *Laboratornyi praktikum po kursu teorii veroyatnostei i matematicheskoi statistiki. Metodicheskie ukazaniya k laboratornym rabotam* [Laboratory course in probability theory and mathematical statistics. Methodical instructions to laboratory works]. Yaroslavl', YaGTU Publ., 2002. 20 p. (In Russian)