

УДК 372.851

Л. И. Боженкова

Е. Е. Алексеева

Дидактическая модель процесса обучения составлению геометрических задач

В статье рассматривается проблема организации процесса обучения геометрии, направленного на развитие познавательных умений учащихся на основной ступени общего образования. В качестве средства решения этой проблемы предлагается обучение учащихся составлению геометрических задач, дидактическая модель которого описана через цели, содержание и результаты целевого, содержательного, организационно-методического и контрольно-оценочного блоков модели, обеспечивающих их взаимосвязь. Определены предметные и метапредметные результаты обучения составлению геометрических задач. Показано, что развитие познавательных умений учащихся происходит на всех этапах обучения составлению геометрических задач.

Ключевые слова: составление геометрических задач; текст задачной ситуации; познавательные умения; универсальные учебные действия; задача; условие; решение; обоснование; требование; компоненты; Федеральный государственный образовательный стандарт; модель; процесс; обучение; цель; результат.

Для достижения предметных и метапредметных результатов обучения математике, сформулированных в Примерной основной образовательной программе основного общего образования (ПООП ООО) [14] в соответствии с ФГОС ООО [15], требуется применение средств, методов и подходов, направленных на формирование и развитие универсальных учебных действий (УУД) учащихся в обучении каждому предмету, в частности геометрии. Одним из средств формирования и развития познавательных умений учащихся 7—9 классов в процессе изучения геометрии является составление задач [5]. Составление задач основано на использовании текстов задачных ситуаций, структура которых такова, что не содержит либо условие (данные — D), либо требование (T), либо и условие, и требование. Компоненты P (решение) и O (обоснование) входят в задачную ситуацию в качестве известных или неизвестных. В таком случае процесс составления задач — это переход от текста задачной ситуации к корректно составленной геометрической задаче, понимаемой в общепринятом смысле, т.е. имеющей условие и требование (DxT). В результате решения учащимся составленной геометрической задачи получается стационарная задачная система — такая, в которой все компоненты известны (терминология Ю. М. Колягина) [12].

Модель процесса обучения составлению геометрических задач включает четыре взаимосвязанных блока: целевой, содержательный, организационно-методический и контрольно-оценочный.

Целевой блок представлен целью и планируемыми результатами обучения учащихся 7—9 классов составлению геометрических задач, которые сформулированы на двух уровнях: «ученик научится» и «ученик получит возможность научиться». Согласно ПООП ООО, первый уровень ориентирован на использование знаний и умений в повседневной жизни и обеспечение возможности успешного продолжения обучения на базовом уровне; второй уровень призван обеспечить успешное продолжение обучения на углубленном уровне [14]. Цель обучения учащихся составлению геометрических задач базируется на обоснованной в нашем исследовании неразрывной связи этого процесса с формированием познавательных действий, входящих в метапредметные результаты [6; 7; 8]. В связи с этим отобраны релевантные процессу составления задач познавательные УУД.

В результате анализа процесса составления геометрических задач и их связи с познавательными умениями и выявленными УУД сформулированы планируемые резуль-

© Боженкова Л. И., Алексеева Е. Е., 2016

таты обучения составлению геометрических задач на основе текстов задачных ситуаций (табл. 1).

Познавательные действия (табл. 1), входящие в планируемые результаты целевого блока, определили компоненты *содержательного блока*: знания, познавательные умения и познавательные действия, задания (рис. 1).

Знания, необходимые учащимся для составления задач, — теоретическая составляющая школьного курса геометрии и новые для учащихся понятия: корректность геометрической задачи; задачная система; задачные ситуации и их схемы; текст задачной ситуации, а также известные понятия, требующие актуализации: геометрическая задача и ее компоненты. Кроме знаний учащемуся необходимо владеть определенными умениями, используя которые он составляет задачи.

Таблица 1

Планируемые предметные и метапредметные результаты обучения составлению геометрических задач

При выполнении задания «Составить геометрическую задачу»	
ученик научится	ученик получит возможность научиться
1) анализировать текст задачной ситуации и называть известные и неизвестные компоненты текста геометрической задачной ситуации; смысловому чтению; 2) применять теорию к процессу составления задач; 3) преобразовывать знаки и символы; 4) строить смысловые высказывания; 5) формулировать главную идею текста; 6) делать выводы; 7) формулировать составленную задачу; 8) использовать анализ и синтез утверждений; 9) выводить следствия из решения; 10) выводить следствия из условия; 11) выводить следствия из требования; 12) обобщать; 13) конкретизировать; 14) использовать аналогию; 15) выводить следствия из обоснования; 16) решать составленную задачу	17) строить дедуктивные умозаключения; 18) выдвигать гипотезы; 19) опровергать гипотезы; 20) подтверждать гипотезы; 21) сравнивать промежуточные выводы и промежуточные условия; 22) анализировать составленную задачу для установления ее корректности

Частью этих умений (сформированных познавательных действий) ученики владеют на определенном уровне, поэтому происходит их развитие, остальные познавательные действия становятся умениями в процессе формирования [11; 13]. Наличие у учащихся определенных познавательных умений устанавливается посредством предварительной диагностики, для которой используются специально подобранные геометрические задачи.

Процесс обучения составлению геометрических задач организуется на основе постановки учителем и выполнения учащимися специальных учебных задач, включающих задания типа: а) «Составить геометрическую задачу, используя данный текст» (текст задачной ситуации); б) «Составить геометрическую задачу, используя метрическую определенность многоугольника» [5].

Эти задания, базирующиеся на различных схемах задачных ситуаций, также входят в состав содержательного блока. Анализ задачных ситуаций позволил выделить одиннадцать их схем (табл. 2, первая, вторая, третья колонки), «наполнение» которых геометрическим содержанием позволяет получать учебные задачи различных уровней сложности [2; 3]. Преобразование задачной ситуации в стационарную систему, когда все компоненты задачи известны, осуществляется на основе использования познавательных действий

и учебной информации, которыми владеют учащиеся (в третьей колонке таблицы 2 указаны номера тех действий, которые перечислены в таблице 1).

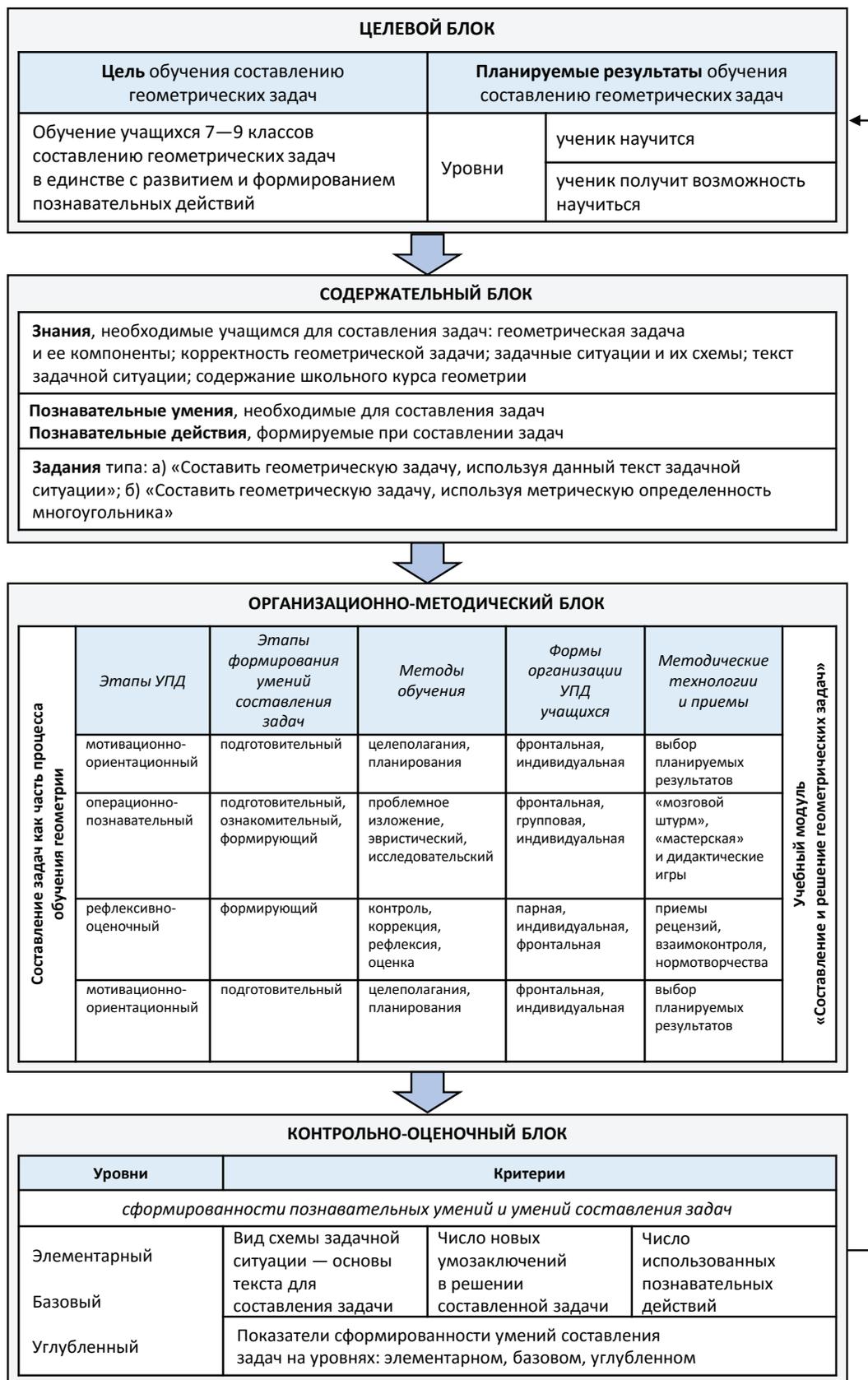


Рис. 1. Модель обучения составлению геометрических задач как средства развития познавательных умений учащихся

Трудность учебной задачи зависит от сложности соответствующей схемы задачной ситуации и от уровня подготовленности учащихся. Поэтому в результате выполнения учеником одной и той же учебной задачи может получиться геометрическая задача разного уровня сложности.

Таблица 2

Задачные ситуации и адекватные им познавательные действия

Известные компоненты задачной ситуации	Схема задачной ситуации	Познавательные действия, способствующие преобразованию задачной ситуации в стационарную систему	Уровни сформированности умений: познавательных и составления задач
1) условия (дано), решение, обоснование	ДРОх	1—8	элементарный
2) решение, обоснование, требование	хРОТ	1—8, 9, 21	элементарный
3) условия (дано), решение	ДРху	1—8, 9, 12, 16	элементарный
4) решение, обоснование	хРОу	1—8, 9, 9, 21	базовый
5) решение, требование	хРуТ	1—8, 9, 21, 12, 16	базовый
6) решение	хРуз	1—8, 9, 9, 21, 12, 16	базовый
7) условия (дано), обоснование	ДхОу	1—8, 10, 13, 16 1—8, 10, 13, 15, 16, 17, 22	базовый углубленный
8) обоснование, требование	хуОТ	1—8, 11, 13, 15, 16 1—8, 11, 13, 15, 16, 21, 22	базовый углубленный
9) обоснование	хуОz	1—8, 13, 15, 16 1—8, 13—16, 21, 22	базовый углубленный
10) условия (дано)	Дхуз	1—7, 10, 13, 14, 16 1—7, 10, 13, 14, 16, 17—22	базовый углубленный
11) требование	хузТ	1—7, 11, 13, 16—20 1—7, 11, 13, 16—22	базовый углубленный

Все компоненты содержательного блока подлежат либо усвоению, либо формированию, поэтому следующий блок — *организационно-методический* (рис. 1). В соответствии с содержанием этого блока обучение учащихся составлению геометрических задач организуется на всех этапах УПД (мотивационно-ориентировочном, операционно-познавательном, рефлексивно-оценочном) в рамках освоения основного курса геометрии либо в условиях самостоятельного учебного модуля [3], направленного на расширение знаний учащихся в условиях организации внеурочной познавательной деятельности (рис. 1).

Так как составление геометрических задач — сложное умственное действие, то его трансформация в умение осуществляется в процессе формирования. П. Я. Гальперин выявил систему психологических условий, обеспечивающих процесс формирования умственного действия: а) мотивация освоения и осуществления действия; б) обеспечение полноценной ориентировки и исполнения осваиваемого действия; в) воспитание желаемых свойств действия; г) перенос действия в идеальный (умственный план) [9, с. 18]. В процессе обучения эти условия в соответствии с возрастными и индивидуальными особенностями учащихся должны выполняться на мотивационно-целевом (а) и на операционно-познавательном (б, в, г) этапах, на рефлексивно-оценочном (г) осуществляется контроль как внешний, так и внутренний (самоконтроль). Выполнение последнего условия (г) обеспечивается «шкалой поэтапного формирования» или теорией поэтапного формирования умственных действий, разработанной П. Я. Гальпериным [9].

На основе этой теории Л. И. Боженковой разработаны этапы становления интеллектуальных умений, в том числе умения составления геометрических задач [5; 7]. В нашем исследовании цели и содержание этих этапов — подготовительного, ознакомительного, формирующего — детализированы для обучения умению составления геометрических задач, которые функционируют большей частью в рамках операционно-познавательного этапа УПД [3]. Становление умения «составление геометрических задач» осуществляется в соответствии с подготовительным и формирующим этапами, частично на мотивационно-целевом и рефлексивно-оценочном этапах УПД соответственно (рис. 1).

Цель *подготовительного* этапа — а) иллюстрация необходимости выполнения действия; б) обеспечение учащихся знаниями и умениями, необходимыми для осуществления новой для них учебной деятельности (составление геометрических задач), выполняемой посредством решения учебных задач. Иллюстрация необходимости выполнения действия (а) способствует формированию мотивационной основы предстоящей деятельности. Содержание деятельности учителя (б) здесь зависит от содержания конкретной учебной задачи (в частности, от использованной в ней схемы задачной ситуации), которая будет предъявлена на следующем этапе. Поэтому учитель при подготовке к уроку на основе анализа учебной задачи определяет состав новой информации и перечень познавательных действий, необходимых для ее выполнения. На уроке он организует усвоение этой информации и новых действий, актуализирует у учащихся известные познавательные умения. В форме проблемного диалога учитель показывает применение логических познавательных УУД: установление причинно-следственных связей, выведение следствий и др. Учащиеся в процессе фронтальной работы выполняют задания, направленные на формирование познавательных умений [3].

Цель *ознакомительного* этапа — открытие определенного приема составления геометрической задачи. Деятельность учителя на этом этапе состоит в предъявлении учебной задачи, которая выступает в качестве проблемы: «Составить геометрическую задачу, используя данный текст (текст задачной ситуации); проанализировать выполненную собственную умственную деятельность и обобщить результаты анализа». В процессе проблемного диалога и фронтальной работы учащиеся под руководством учителя составляют задачу, а затем анализируют, обобщают и перечисляют выполненные действия. На этом этапе используются и формируются познавательные действия, соответствующие данному тексту задачной ситуации (табл. 2) [3].

Цель *формирующего* этапа — становление у учащихся умений составлять геометрические задачи в неразрывной связи с использованием познавательных действий. Деятельность учителя состоит в организации решения учебных задач учащимися на основе использования ими приемов составления задач. Учащиеся запоминают отдельные шаги приема и весь прием в целом, осознают, какие и почему познавательные действия используются. В соответствии с текстом задачной ситуации ученики, работая в парах и используя различные познавательные действия, составляют задачу (задачи), осуществляют при необходимости проверку корректности полученных задач. Это достаточно длительный этап, в конце которого некоторые учащиеся составляют геометрические задачи без явного использования соответствующих приемов, перечисляют используемые познавательные действия. Учебно-познавательная деятельность учащихся на этом этапе характеризуется постепенным повышением степени самостоятельности. Составление задач сопровождается формулированием познавательной цели, построением речевых высказываний, знаково-символическими действиями, выбором задачи для решения из набора составленных. На этом этапе учащиеся, работающие на уровне «выпускник получит возможность научиться», выполняют действия самостоятельно; учащимся, работающим

на уровне «ученик научится», учитель при необходимости оказывает помощь. Геометрические задачи, составленные учениками, могут быть различного уровня сложности. Так, если текст задачной ситуации соответствует схеме $Дхуз$, то уровень сложности определяется числом применения познавательного логического действия «выведение следствий из условия (из промежуточного условия)» [3; 4].

Последний блок модели — **контрольно-оценочный**, в рамках которого выявлены уровни сформированности умений: познавательных и составления задач — элементарный, базовый, углубленный. Критериями, характеризующими эти уровни, являются: вид схемы задачной ситуации — основы текста для составления задачи; число умозаключений в решении составленной задачи; число использованных различных познавательных действий (рис. 1). Показатели сформированности рассматриваемых умений представлены для каждого уровня и конкретного вида задачной ситуации в таблице 2.

Приведем примеры выполнения учащимися заданий на составление геометрических задач на основе использования текстов задачных ситуаций, имеющих структуру $Дхуз$, $хузТ$, $хуОз$. Эти задания использовались в процессе нашего экспериментального исследования.

Пример 1 (8 класс, тема «Вписанная и описанная окружность»). Учащимся предъявляется задание: составьте, сформулируйте и решите геометрическую задачу, используя данный рисунок (рис. 2).

Учитель руководит деятельностью учащихся, которые, анализируя рисунок 2 с указанными на нем числовыми данными, отмечают следующее: 1. Известно условие, представленное чертежом, которое нужно перевести на словесный и символичный язык, чтобы записать «Дано». 2. Основной геометрической фигурой является треугольник KMN , вписанный в окружность с центром O , известно, что треугольник равнобедренный, с углом при вершине 60° и боковой стороной, длина которой $4\sqrt{3}$.

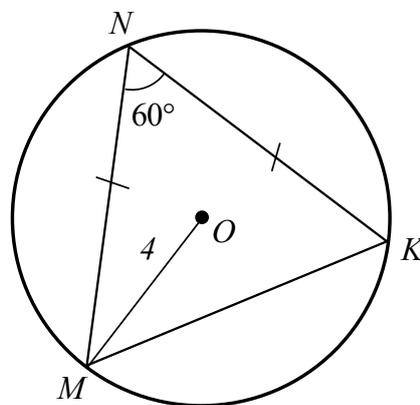


Рис. 2. К примеру 1

3. Так как даны числовые значения величин, то следует составить задачу на вычисление и ее требование будет записано: «Найти». 4. Для получения требования задачи необходимо уметь выводить следствия из условия (познавательное логическое УУД «выведение следствий»). 5. Определенный вывод только тогда может быть требованием задачи, когда в процессе выведения следствий для получения этого вывода были использованы все данные условия, иначе составленная задача будет некорректной (с лишними данными) [5].

В результате использования соответствующих знаний школьного курса геометрии и указанного умения, которое уже сформировано, ученики рассуждают, выполняют дополнительные построения (рис. 3) и получают различные варианты требования, например приведенные в таблице 3.

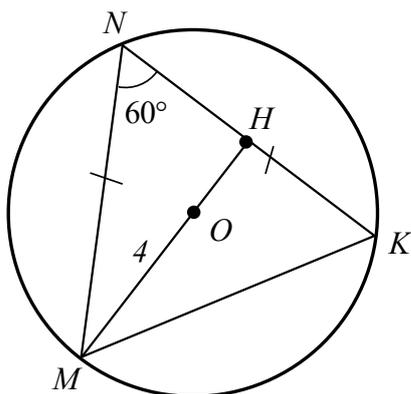


Рис. 3. Рисунок с дополнительным построением к примеру 1

на момент выполнения этого задания. У учащихся, составивших и решивших задачи: в соответствии с требованием, указанным в пунктах 1—2, умение сформировано на элементарном уровне; в соответствии с требованием пунктов 3—4 — на базовом уровне; в соответствии с требованием пунктов 5—6 — на углубленном уровне (табл. 3).

Таблица 3

Составление задачи посредством выведения следствий из условия
(текст задачной ситуации — Дхуз)

Дано:	Найти:
1) ΔKMN , вписанный в окр. $(O; R)$, $R = 4$ 2) $MN = NK$ 3) $\angle N = 60^\circ$	1) h_M ; 3) $P_{\Delta KMN}$; 4) S_{KMN} ; 5) $S_{\Delta KMN} : S_{окр.}$; 6) $R : r$
Решение	
1) Так как ΔMNK вписан в окр. $(O; R)$, то O — точка пересечения биссектрис (по теореме о существовании описанной около треугольника окр.) (рис. 2);	
2) так как ΔMNK : $MN = NK$, то $\angle M = \angle K$ (по свойству равнобедренного треугольника);	
3) так как ΔMNK : $\angle N = 60^\circ$, $\angle M = \angle K$, $\angle M + \angle K + \angle N = 180^\circ$, то $\angle M = \angle K = 60^\circ$ (по свойству равенств);	
4) так как ΔMNK : $\angle N = \angle M = \angle K = 60^\circ$, то ΔMNK — равносторонний (по определению равностороннего треугольника);	
5) так как ΔMNK — равносторонний и MH — биссектриса, то MH — медиана и высота (по свойству равностороннего треугольника) (рис. 3);	
6) так как ΔMNK : MH — медиана, O — точка пересечения медиан, то $MO = 2OH$, $MH = 3OH = 6$ ед. (по свойству медиан треугольника);	
7) так как ΔMNK — равносторонний, MH — медиана и высота, то $MH^2 + HK^2 = MK^2$: $36 + x^2 = 4x^2$ (по теореме Пифагора), отсюда $x = 4\sqrt{3}$, т.е. $MK = 4\sqrt{3}$ (ед.);	
8) так как ΔMNK — равносторонний, то $S_{\Delta KMN} = 12\sqrt{3}$ (ед. кв.) (по формуле вычисления S);	
9) так как окр. $(O; R)$, $R = 4$, то $S_{окр.} = 16\pi$; $C = 8\pi$ (по формулам $S = \pi R^2$, $C = 2\pi R$);	
10) так как $S_{\Delta KMN} = 12\sqrt{3}$ и $S_{окр.} = 16\pi$, то $S_{\Delta KMN} : S_{окр.} = 3\sqrt{3} : 4\pi$ (свойство равенств)	

Пример 2 (7 класс, тема «Соотношения между сторонами и углами треугольника»). Учащимся предлагается задание: составьте, сформулируйте и решите геометрическую задачу, используя следующий текст: «Построить прямоугольный треугольник».

Учитель руководит деятельностью учащихся, которые рассуждают следующим образом: 1) известно требование задачи, которую следует составить; 2) основная геометри-

ческая фигура — прямоугольный треугольник $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$), который метрически определен, если известны два элемента и хотя бы один из них — линейный.

После этого учащиеся составляют различные варианты условий, например:

- 1) a, b ;
- 2) $a, \angle B$;
- 3) $b, \angle A$;
- 4) m_c, a ;
- 5) h_c, a ;
- 6) m_c, h_c ;
- 7) b, m_c ;
- 8) m_c, a ;
- 9) $a + b; c$;
- 10) $c + a, b$;
- 11) $c - a; b$,

где a, b — катеты, c — гипотенуза, h — высота, m — медиана прямоугольного треугольника, и формулируют соответствующие условия. Затем ученики формулируют задачи на построение в соответствии с выявленным условием и известным требованием и, учитывая свои возможности, выбирают задачи для решения в классе и дома. Решение задачи на построение учащиеся выполняют согласно традиционной методике в соответствии с этапами: анализ, построение, доказательство, исследование [1].

Экспериментальное исследование показало, что для решения некоторых составленных учащимися задач необходима учебная информация, которая ими пока не изучена. В этом случае к решению составленных задач или обсуждению возможности выполнения построения с помощью циркуля и линейки [1] полезно вернуться, когда ученики будут иметь соответствующие знания. Проблема корректности составленной задачи на построение в седьмом классе не обсуждается в силу недостаточности изученной учащимися на этом этапе учебной информации. Если ученик все-таки составил некорректную задачу, то учитель, понимая это, переносит рассмотрение вопроса о корректности задачи на соответствующий период обучения.

Пример 3 (8 класс, тема «Средняя линия треугольника»). Учащимся предъявляется следующее задание: составьте и сформулируйте геометрическую задачу, используя следующий текст:

Обоснование неизвестных утверждений:

- 1) определение средней линии треугольника;
- 2) второй признак подобия треугольников;
- 3) определение подобных треугольников;
- 4) признак параллельности прямых;
- 5) свойство равенств.

Отметим прежде всего, что составление задачи на основе использования текста задачной ситуации, имеющей схему $xуOz$, включает познавательное действие «выведение следствий из обоснования неизвестного утверждения», которое является основой приема составления задачи на доказательство (табл. 4, в последней колонке указаны номера познавательных действий, перечисленных в таблице 1) и должно быть сформировано у учащихся на подготовительном этапе [5].

Учитель организует выполнение задания учащимися, которые рассуждают и действуют в соответствии с этим приемом. Вначале они осознают, что требуется составить задачу, если известно только обоснование решения. Далее ученики выдвигают гипотезы, опровергают и подтверждают их, строят дедуктивные умозаключения.

В результате выведения следствий из первого обоснования неизвестного утверждения получены:

1) первоначальный чертеж — $\triangle ABC$, средняя линия MN , обозначения равных отрезков (рис. 4);

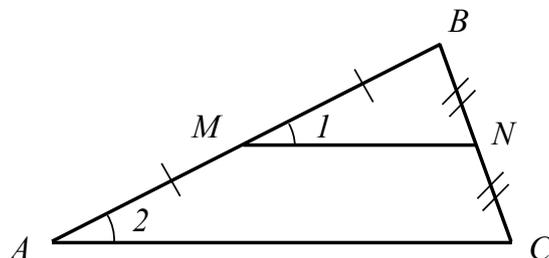


Рис. 4. Иллюстрация к примеру 3

Таблица 4

Прием составления задачи на доказательство на основе
задачной ситуации хуOz

Состав приема	Используемые познавательные действия
1) Вывести следствия из обоснования первого (неизвестного) утверждения: а) сформулировать предложение, указанное в обосновании; б) конкретизировать его и выполнить первоначальный чертеж; в) записать в рубрику «Дано» условие; г) записать в «Решение» первое утверждение в соответствии с чертежом	1—8, 13—15
2) Вывести следствия из обоснования следующего (неизвестного) утверждения: а) сформулировать предложение, указанное в обосновании; б) дополнить (при необходимости) чертеж элементами, о которых идет речь в обосновании, или найти их; в) записать в рубрику «Решение» следующее утверждение в соответствии с чертежом	1—8, 13—15
3) Прodelать шаг 2 с каждым из следующих обоснований	1—8, 13—15
4) Выполнить анализ последнего вывода и записать его в рубрику «Доказать» («Найти»)	1—8, 13—15
5) Выполнить анализ каждого промежуточного условия, сравнить его с предыдущим выводом: если оно — не часть вывода, то записать его в качестве условия в рубрику «Дано»	1—8, 21
6) Используя содержание рубрик «Дано» и «Доказать» («Найти»), сформулировать теорему (задачу) и выполнить ее проверку	7, 16, 22

2) первое утверждение (первая строка таблицы 5). Результатом выполнения второго шага является второе утверждение (вторая строка таблицы 5). Прodelывая шаг 2 с каждым из следующих обоснований, учащиеся получают последнее утверждение и формулируют полученную, составленную ими, задачу.

Запись решения задачи к примеру 3

Утверждение	Обоснование
1) Так как MN — средняя линия $\triangle ABC$, то $AM = BM$ и $BN = NC$ или $BM/BA = BN/BC = 1/2$ (рис. 4)	1)
2) Так как в $\triangle ABC$ и $\triangle MBN$: $\angle B$ — общий и $BM/BA = BN/BC = 1/2$, то $\triangle ABC \sim \triangle MBN$	2)
3) Так как $\triangle ABC \sim \triangle MBN$ и $BM/BA = BN/BC = 1/2$, то $\angle BAC = \angle BMN$ и $MN/AC = 1/2$	3)
4) Так как MN, AC — прямые, AB — секущая и $\angle BAC = \angle BMN$ — соответственные, то $MN \parallel AC$	4)
5) Так как $MN/AC = 1/2$, то $MN = 1/2 \cdot AC$	5)

Учитель предлагает ученикам открыть учебник геометрии на соответствующей странице, прочесть и узнать, что составленная и решенная задача на доказательство — теорема о средней линии треугольника [10].

Описанная деятельность по составлению геометрических задач соответствует операционно-познавательному этапу. На контрольно-оценочном этапе УПД организуется взаимоконтроль, самоконтроль, различные виды оценивания, согласование и фиксация итоговых отметок. Таким образом, реализация построенной модели позволяет определить степень достижения учащимися планируемых результатов освоения процесса составления геометрических задач как средства развития познавательных умений.

Список использованной литературы

1. Адлер А. Теория геометрических построений. Л. : Учпедгиз, 1940. 233 с.
2. Алексеева Е. Е. Конструирование приемов составления геометрических задач на основе задачного текста // Школа будущего. 2015. № 4.
3. Алексеева Е. Е. Составление и решение геометрических задач: учебный модуль к основному курсу геометрии 7-го класса. М. : АСОУ, 2015. 180 с.
4. Алексеева Е. Е. Учим школьников составлять геометрические задачи // Математика в школе. 2014. № 5. С. 25—29.
5. Боженкова Л. И. Теоретические основы интеллектуального воспитания учащихся в обучении геометрии. Омск : Изд-во ОмПГУ, 2002. 206 с.
6. Боженкова Л. И. Геометрия 7—9. Типовые задания для формирования универсальных учебных действий. Калуга : Калуж. гос. ун-т им. К. Э. Циолковского, 2014. 64 с.
7. Боженкова Л. И. Интеллектуальное воспитание учащихся при обучении математике // Педагогическое образование и наука. 2012. № 3. С. 7—13.
8. Боженкова Л. И., Алексеева Е. Е. Составление задач учащимися как средство достижения предметных и метапредметных результатов при обучении геометрии // Наука и школа. 2013. № 5. С. 103—107.
9. Гальперин П. Я. Введение в психологию. М. : Книжный дом «Университет», 1999. 332 с.
10. Геометрия, 7—9 : учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Л. С. Атанасян [и др.]. М. : Просвещение, 2014. 384 с.
11. Кабанова-Меллер Е. Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие учащихся. М. : Просвещение, 1995. 183 с.
12. Колягин Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть 1. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. М. : Просвещение, 1977. 112 с.
13. Менчинская Н. А. Проблемы учения и умственное развитие школьника. М. : Педагогика, 1989. 324 с.
14. Примерная основная образовательная программа основного общего образования [Электронный ресурс] // Министерство образования и науки РФ: сайт. URL: <http://минобрнауки.рф/документы>.
15. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования. М. : Просвещение, 2011. 48 с.

Поступила в редакцию 28.03.2016 г.

Боженкова Людмила Ивановна, доктор педагогических наук, профессор
Московский педагогический государственный университет
Российская Федерация, 107140, Москва, ул. Краснопрудная, 14
E-mail: krasell@yandex.ru

Алексеева Елена Евгеньевна, преподаватель
Академия социального управления
Российская Федерация, 129281, Москва, Староватутинский пр., 8
E-mail: alekseeva.ok@mail.ru

UDC 372.851

L. I. Bozhenkova

E. E. Alekseeva

Didactic model of teaching to make geometric tasks

The article considers the problem of arranging the process of teaching geometry aimed at developing cognitive abilities of pupils at the stage of comprehensive education. As one of the solutions to this problem the authors suggest training pupils to make geometric tasks, describe its didactic model through the purposes, contents and results of the target, substantial, organizational-methodical and control-estimated blocks of the model, providing their interrelation. The paper defines substantive and meta-subject results of training how to make geometric tasks. The development of pupils' cognitive abilities is shown to take place at all grades of making geometric tasks.

Key words: making geometric tasks; text of the task; cognitive abilities; general educational activities; task; condition; solution; justification; requirement; components; Federal state educational standard; model; process; training; purpose; result.

Bozhenkova Lyudmila Ivanovna, Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
Moscow Pedagogical State University
Russian Federation, 107140, Moscow, ul. Krasnoprudnaya, 14
E-mail: krasell@yandex.ru

Alekseeva Elena Evgenyevna, teacher
Academy of social management
Russian Federation, 129281, Moscow, Starovatutinsky pr., 8
E-mail: alekseeva.ok@mail.ru

References

1. Adler A. *Teoriya geometricheskikh postroenii* [Theory of geometric constructions]. Leningrad, Uchpedgiz Publ., 1940. 233 p. (In Russian).
2. Alekseeva E. E. Konstruirovaniye priemov sostavleniya geometricheskikh zadach na osnove zadachnogo teksta [Designing methods of making geometric tasks based on the text of the task]. *Shkola budushchego*, 2015, no. 4. (In Russian).
3. Alekseeva E. E. *Sostavlenie i reshenie geometricheskikh zadach: uchebnyi modul' k osnovnomu kursu geometrii 7-go klassa* [Making and solving geometric tasks: an exercise module to the basic course of geometry in 7th form]. Moscow, ASOU Publ., 2015. 180 p. (In Russian).
4. Alekseeva E. E. Uchim shkol'nikov sostavlyat' geometricheskie zadachi [Teaching pupils to make geometric tasks]. *Matematika v shkole*, 2014, no. 5, pp. 25-29. (In Russian).
5. Bozhenkova L. I. *Teoreticheskie osnovy intellektual'nogo vospitaniya uchaschchikhsya v obuchenii geometrii* [Theoretical foundations of intellectual education of pupils in teaching geometry]. Omsk, OmPGU Publ., 2002. 206 p. (In Russian).
6. Bozhenkova L. I. *Geometriya 7—9. Tipovye zadaniya dlya formirovaniya universal'nykh uchebnykh deistvii* [Geometry 7—9. Typical tasks to form general educational skills]. Kaluga, Kaluzh. State University n. a. K. E. Tsiolkovskii Publ., 2014. 64 p. (In Russian).

7. Bozhenkova L. I. *Intellectual'noe vospitanie uchashchikhsya pri obuchenii matematike* [Intellectual education of pupils when teaching mathematics]. *Pedagogicheskoe obrazovanie i nauka*, 2012, no. 3, pp. 7-13. (In Russian).
8. Bozhenkova L. I., Alekseeva E. E. *Sostavlenie zadach uchashchimysya kak sredstvo dostizheniya predmetnykh i metapredmetnykh rezul'tatov pri obuchenii geometrii* [Making tasks for students as a means to achieve substantive and meta-subject results in teaching geometry]. *Nauka i shkola*, 2013, no. 5, pp. 103-107. (In Russian).
9. Gal'perin P. Ya. *Vvedenie v psikhologiyu* [Introduction into psychology]. Moscow, Knizhnyi dom "Universitet" Publ., 1999. 332 p. (In Russian).
10. *Geometriya, 7—9 : ucheb. dlya obshcheobrazovatel'nykh organizatsii s pril. na elektron. nositele / L. S. Atanasyan [i dr.]* [Geometry, 7—9: a text book for comprehensive educational institutions with electronic data storage device, L. S. Atanasyan et al.]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2014. 384 p. (In Russian).
11. Kabanova-Meller E. N. *Formirovanie priemov umstvennoi deyatel'nosti i umstvennoe razvitie uchashchikhsya* [Forming methods of mental activity and mental development of students]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1995. 183 p. (In Russian).
12. Kolyagin Yu. M. *Zadachi v obuchenii matematike. Chast' 1. Matematicheskie zadachi kak sredstvo obucheniya i razvitiya uchashchikhsya* [Problems in teaching mathematics. Part 1. Mathematical tasks as a means of teaching and developing students]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 1977. 112 p. (In Russian).
13. Menchinskaya N. A. *Problemy ucheniya i umstvennoe razvitie shkol'nika* [Problems of teaching and mental development of a pupil]. Moscow, Pedagogika Publ., 1989. 324 p. (In Russian).
14. *Primernaya osnovnaya obrazovatel'naya programma osnovnogo obshchego obrazovaniya* [Exemplary basic educational program of basic education]. *Ministerstvo obrazovaniya i nauki RF: sait — Ministry of Education and Science of the Russian Federation: the site*. Available at: URL: <http://minobrnauki.rf/dokumenty>. (In Russian).
15. *Federal'nyi gosudarstvennyi obrazovatel'nyi standart osnovnogo obshchego obrazovaniya* [Federal state educational standard of general education]. Moscow, Prosveshchenie Publ., 2011. 48 p. (In Russian).